

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi jesenski ispitni rok – 9. rujna 2024.

Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Dozvoljeno je koristiti kalkulator i službene šalabahtere.

Zadatak 1. (20 bodova)

- (a) Neka su $\vec{a}, \vec{b}$ vektori iz V^3 takvi da je $|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 = 2$. Izračunajte $|\vec{a} + 3\vec{b}|^2 + |3\vec{a} - \vec{b}|^2$.
- (b) Dana je četverostrana piramida $OABCD$ čija je baza paralelogram $ABCD$. Odredite kosinus kuta koji zatvara brid $\overline{AO}$ s bazom $ABCD$ ako je $\overrightarrow{AB} = (0, 1, 2)$, $\overrightarrow{AD} = (-1, 2, 1)$ i $\overrightarrow{AO} = (1, 1, 0)$.
- (c) U paralelepipedu $ABCD A' B' C' D'$ točka T je težište trokuta BCC' . Izrazite vektor $\overrightarrow{DT}$ pomoću vektora $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ i $\overrightarrow{AA'}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi jesenski ispitni rok – 9. rujna 2024.

Zadatak 2. (20 bodova)

Zadan je peterokut $ABCDE$ u prostoru V^3 i to tako da se vrh A nalazi u ishodištu te su poznate koordinate vrhova

$$B = (2, 6, 2), D = (2, 0, 0), E = (6, 3, 1).$$

Nadalje, poznato je da je četverokut $ABCD$ paralelogram. Odredite površinu peterokuta $ABCDE$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi jesenski ispitni rok – 9. rujna 2024.

Zadatak 3. (20 bodova)Zadani su ravnina Π i pravac p jednadžbama

$$\begin{aligned}\Pi \dots x + 3z &= 0, \\ p \dots \frac{x}{-2} &= \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{0}.\end{aligned}$$

- (a) Odredite ortogonalnu projekciju pravca p na ravninu Π .
- (b) Odredite simetričnu sliku pravca p s obzirom na ravninu Π .
- (c) Odredite kanonsku jednadžbu zajedničke normale pravca p i x -osi.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi jesenski ispitni rok – 9. rujna 2024.

Zadatak 4. (20 bodova)

Dan je proizvoljan četverokut $ABCD$. Neka su $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ redom radijvektori točaka A, B, C, D . Nadalje, neka su točke E, F, G, H redom polovišta dužina $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ i $\overline{DA}$.

- (a) Dokažite da je četverokut $EFGH$ paralelogram.
- (b) Dokažite da je $EFGH$ pravokutnik ako i samo ako vrijedi

$$\vec{d} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{a} = \vec{d} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{c}.$$

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi jesenski ispitni rok – 9. rujna 2024.

Zadatak 5. (20 bodova)

(a) Odredite tip krivulje zadane jednadžbom

$$(x^2 + y^2) - (2x + 3y) - 6 = 0.$$

(b) Zadana je kružnica k sa središtem S i radijusom r . Poznato je:

- Točka S ima x -koordinatu jednaku 15, a y -koordinata joj je pozitivna. Nadalje točka S leži na paraboli $y^2 = 240x$.
- Asimptota hiperbole $16x^2 - 4y^2 = 64$ sa pozitivnim nagibom je ujedno i tangenta kružnice k .

Odredite jednadžbu kružnice k .